二部門成長モデルにおける出生選択及び資本蓄積

二部門成長モデルにおける出生選択及び資本蓄積

趙　　　彤[†]

This paper considers a two-sector model of endogenous growth in which human capital and physical capital accumulations are both of engines of economic growth. This endogenous growth model is also a dynastic model in which parents make choice of their own consumption, intergenerational transfer and fertility along with decision about the time available for educating children which determines the level of children's human capital and brings about subtraction from the time available for producing consumption goods. It becomes clear that the relation between fertility and the level of children's human capital is negative. As economic growth, the ratio of physical capital to human capital will go down, and human capital becomes more important than physical capital does to economic growth. Moreover, it also becomes clear that, in order to make human capital increase and economic growth, not physical capital or consumption of goods but fertility is sacrificed.

I　序

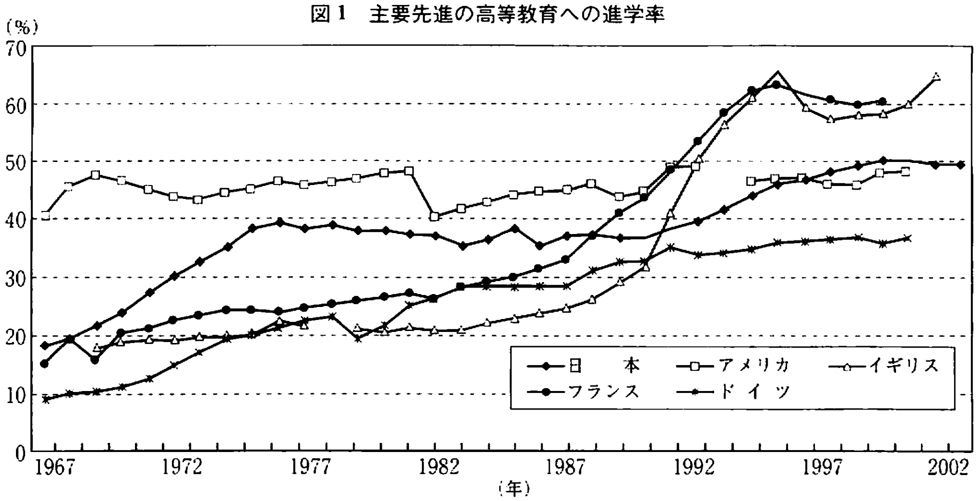
内生的経済成長の源泉に関してはこれまで多くの研究がなされている。Solow (1956) と Swan (1956) によって提供された成長モデルでは物的資本の蓄積が経済成長の源泉になっている。Romer (1986, 1990) などのモデルでは経済成長の源泉が財のバラエティが拡大するようなイノベーションにある。それに対して財のバラエティではなく，財のクオリティが向上することによる技術進歩が経済成長をもたらすと Aghion and Howitt (1992) は唱えている。Schultz (1963) と Becker (1964) は人的資本の蓄積が内生的経済成長の原動力となることを最初に主張している。Uzawa (1965) と Lucas (1988) は物的資本の蓄積と人的資本の蓄積の両方を成長エンジンとする二部門成長モデルを作り上げ，経済成長モデルを大きく前進させていている。人

〔Keywords〕
Two-sector model of economic growth ; Physical and human capital ratio ; Fertility choice

† 徳島大学総合科学部。E-mail : zhaotong@ias.tokushima-u.ac.jp

本稿の準備段階から大阪経済大学教授瀬岡吉彦，大阪市立大学教授森　誠，徳島大学助教授矢野剛，京都大学教授大西 広，京都大学大学院経済学研究科博士課程山下裕歩氏の各氏及び大阪市立大学の金曜セミナーの出席者の方々から有益なコメントを頂戴した。ここに謝辞を申し上げたい。さらに，匿名のレフェリーから非常に有益なコメントを頂き，お礼を申し上げる。本稿に誤りがあれば作者に全ての責任を負うべきことは言うまでもない。

図1　主要先進の高等教育への進学率



出所：『教育指標の国際比較』文部科学省生涯学習政策局調査企画課，各年
注：① 76年～81年のアメリカの大学進学率は推定値であり，その中間値を取っている。② 西ドイツとフランスのデータは実際に高等教育機関に進学した者の割合ではなく，それらの機関に進学できる資格を持っている者の割合である。③ イギリスとアメリカは82年から進学率をフルタイムとパートタイムの進学率にわけられているが，それ以前のデータの整合性を保つために，ここのデータはすべてフルタイム進学率を用いる。④ 日本は84年から高等教育への進学率を大学・短大，通信制・放送大学と専修学校に三つ分けている。それ以前のデータと整合性を保つために，ここであげたデータはすべて大学・短大の進学率を用いる。⑤ ドイツの数値は92年までは西ドイツの数値である。

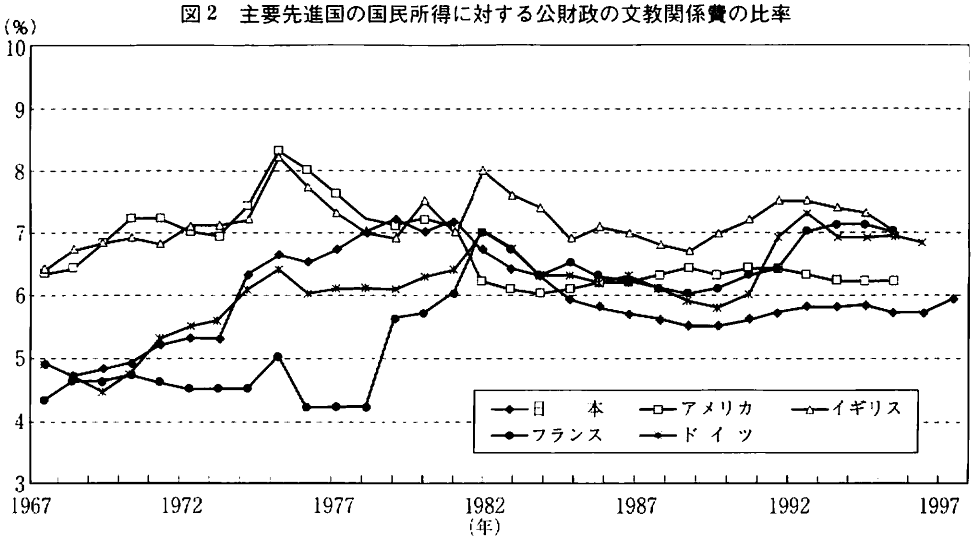
的資本の蓄積が経済成長に対する重要性も最近になって経済学のみならず，一般的に認識されるようになっている。その背景には理論モデルだけではなく，多くの実証研究においても人的資本の重要性が証明されていることがある。

人的資本の形成過程においては，Becker (1991) をはじめ，多くの先行研究が強調したように教育というプロセスは欠かせない。図1は主要先進国の高等教育への進学率の時系列値である。アメリカは40年間で20％しか増加しなかったが，その他の先進国は高等教育への進学率がほぼ40年前の3倍になっている。ただし，データの整合性を保つために，各国の数値はフルタイムによる進学率のみを記載しているから，パートタイムによる高等教育への進学を考慮にいれれば，図1の示されている数値よりも多くの人々が高等教育機関に進学していると考えることができる。図2に示されているように，主要先進国の国民所得に対する公財政文教関係費の比率は60年代から70年代にかけて4％台から7％前後にまで増加したが，その後，すべての国々の比率は6％台に収束している。表1は公財政だけではなく，国内総生産に対する家計の教育支出を含む教育費の比率である。データの関係で90年代以降しか取れないが，ほぼ一定に推移している。つまり，総所得に対する人的資本の蓄積に費やされる財源の比率がさほど変わっていないことが読み取れる。

差し当たり，人的資本形成の費用がイコール教育費であると考えよう[1]。総教育費は一人当

1) (1)式から分かるように，子供の人的資本形成の総費用は教育費だけではなく，親が投じた時間／

図2 主要先進国の国民所得に対する公財政の文教関係費の比率



出所：同図1
注：① 81年までの数字は国民所得に対する公財政支出教育費の比率であるが，82年から（アメリカを除く）は国民所得に対する公財政支出文教関係費の比率である。アメリカの82年からの数字は国民所得に対する公財政支出学校教育費の比率である。② ドイツのデータに関しては91年までは西ドイツの数値で，それ以降はドイツ全土の数値である。

表1 主要先進国の国内総生産に対する教育関係費の比率

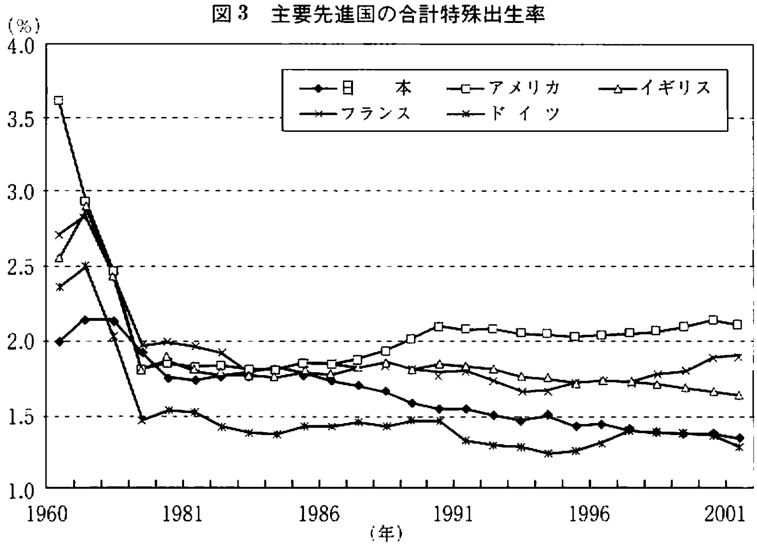
	1990年	1995年	1998年	1999年	2000年
日 本	4.8	4.7	4.7	4.7	4.6
アメリカ	—	6.4	6.4	6.5	7
イギリス	—	5.1	4.9	5.2	5.3
フランス	5.7	6.3	6.2	6.2	6.1
ドイツ	—	5.8	5.6	5.6	5.3

出所：同図1

たり教育費に教育を受ける者の数を掛けることになる。図1が示すように，高等教育への進学率が急速増加することはすなわち一人当たり教育費の著しい増加を意味する。一方，図2と表1から分かるように，教育費の相対的な支出比率は公財政においても，家計においても急速に増加するどころか，ほぼ一定の水準に推移している。従って，例え教育における規模の生産性を考慮しても，教育を受ける人数を減らさない限り，図1のような進学率を実現できるはずがない。そしてそれと符合するように先進国が少子化に悩まされていることは周知の事実である。Becker (1991) は子供の養育費の上昇が出生率の低下の主要な理由であると主張している。図3は主要先進国の合計特殊出生率の時系列値である。図からわかるように，アメリカの合計特殊出生率が2を少し超えているのを除いて，その他の国々はすべて2以下になっている。日本

↘（機会費用）と仮定している。しかし，このようなデータが現実存在していないので，その重要な一部である教育費を代理変数とする。

図3　主要先進国の合計特殊出生率



出所：United Nations, Demographic Yearbook, 各年

とドイツは1.5を下回るような深刻な少子化に見舞われている。言い換えれば，経済を成長させるような人的資本の蓄積は少子化を前提として成り立っていることが読み取れる。従って，経済成長を分析する場合，出生率を内生化しなければ経済成長の源泉を追求することができない。

出生率を内生化し経済成長を分析する先行研究がいくつか存在しているが，その代表的なモデルは Becker, Murphy and Tamura (1990) である。Becker, Murphy and Tamura (1990) は収穫逓増的な人的資本の蓄積が経済成長のエンジンであると仮定し，出生率と人的資本の蓄積の関係を内生的経済成長の枠組みの中でモデル化している。彼らの論文は人的資本の役割を強調するあまり，物的資本の役割を人的資本と同等に扱っていない。この論文だけではなく，出生率を内生化した多くの論文では恐らく数学上の理由で物的資本を割愛している（[Ehrlich and Lui, 1991] など)。現実の経済を考えれば，経済成長に対して人的資本が重要な役割を果しているとはいえ，数学上の理由で物的資本を軽視できるような社会になっていないのは明らかである。人口成長以外の多くの先行研究は昔から人的資本と物的資本の相互作用を重視している。Caballe and Santos (1993) は物的資本を投資すれば将来の人的資本がより有効に使えるから，物的資本の蓄積と人的資本の蓄積の間にはポジティブな関係があると指摘している。教養が高ければ高いほど新技術をより早く吸収し活用するから人的資本の投資が逆に物的資本の投資を促すという見解もある［Nelson and Phelps, 1966]。

一方，出生率の研究については Becker and Barro (1988) と Barro and Becker (1989) は親の利他主義を仮定し，出生率と物的資本蓄積の関係を解明しているが，経済成長のエンジンを物的資本の蓄積と外生的な技術進歩とし，人的資本の蓄積に触れていない。子供の教育と消費

財の生産の間に明らかなトレードオフ関係が存在するにもかかわらず，著者が知る限り，Lucas (1988) のような出生率を外生にした二部門成長モデル，或いは出生率を内生化した一部門成長モデルは存在するが，人口成長，物的資本と人的資本をすべて内生的に決定する理論モデルは存在しない。さらに，Lucas (1988) も出生率を内生化した二部門成長モデルを構築する必要があると指摘している。

我々は出生率選択に関する設定に関しては Becker and Barro (1988) と Barro and Becker (1989) の王朝モデルを参考にし，その上に Lucas (1988) の二部門成長モデルを取り入れ，人的資本の蓄積，物的資本の蓄積それに出生率の選択がすべて内生的に決定されるモデルを構築する。つまり，成人（親）の出生率の選択に関しては成人が子供に対して利他主義的であるため，自分の消費と子供から効用を得られ，子供には養育コストを負担しなければいけないと仮定する。成人は効用を最大化するように自分の消費を選択すると同時に子供の数とその人的資本水準を決める。このような設定は単なる Lucas (1988) と Barro and Becker (1989) という二つのモデルを接合するのみならず，より現実に近い設定を行った上で，人的資本の蓄積と出生行動のメカニズムを解明することを可能にする。そこでは少子化という経済的現象を説明することはもちろん，人的資本の形成，ひいては経済成長の源泉を探求することもできる。

こうしたモデルを構築した上で，以下のような三つの結論を得ている。

① 経済が成長すると共に，物的資本よりも人的資本が経済成長により多く貢献するようになり，物的・人的資本比率が減少する傾向がある。この結果は Lucas (1988) と全く同じである。

② 教育時間は出生率と負の関係にある。

③ 人的資本の増加，それがもたらす経済成長は物的資本蓄積あるいは消費を犠牲して成り立つのではなくて，出生率を減らすことによって実現される。この結論は上述したデータの結果と合致している。

本稿は以下のように構成される。第Ⅱ節ではモデルの設定を行う。王朝モデルに二部門モデルの設定を取り入れる。第Ⅲ節ではモデルの最適化を行い，移行動学を分析する。第Ⅳ節は定常状態における各パラメータと内生変数の比較静学を行い，モデルのインプリケーションを引き出す。最後の第Ⅴ節は本稿をまとめる。

Ⅱ　モデルの設定

本稿では閉鎖経済を考える。代表的な個人は二期間，すなわち児童期と成人期を生き，さらに，成人になった瞬間に子供を持つと仮定する。成人（親）は自分の消費，世代間物的資本の移転を選択し，子供の数と子供の教育時間をも同時に決定する。成人は自分の消費に加え，子供の総人的資本から効用を得ると仮定し，さらには，子供に対して利他主義的，つまり，子供が成人になった時に得られる効用の一部を自分の効用としてカウントすると仮定する。

消費財の生産および人的資本の生産

経済には生産部門と教育部門が存在する。生産部門では唯一の消費財 Y_t を生産し，教育部門では子供の人的資本の生産が行われる。Y_t が消費財でありながら物的資本としても利用できると仮定する。財 Y_t の生産に当たって物的資本と人的資本が使われる。財 Y_t の生産関数はコブ＝ダグラス型の生産関数,

$$Y_t = AH_t^{1-\alpha} K_t^{\alpha}$$

で表せると仮定する。ここで，H_t は総人的資本，K_t は総物的資本，$0<\alpha<1$ である。人的資本生産に関しては，物的資本より教育者の人的資本集約的であるから，Lucas (1988) の仮定と同じく物的資本を全く必要としないと仮定する。$t+1$ 期における成人の人的資本のレベルは，t 期（児童期）に行われた教育によって決定され，具体的には t 期の成人の人的資本水準と教育時間に依存すると仮定し，次のような式で表せる。

$$h_{t+1} = (\delta + be_t)h_t. \tag{1}$$

ここで，e_t は子供一人当たりの教育時間，h_t と h_{t+1} はそれぞれ t 期と $t+1$ 期における労働単位あたりの人的資本（(3)式を参考されたい)，b は人的資本の生産技術を表すパラメータ，$b>0$ である。δ はパラメータ，$0<\delta<1$ である。項 δh_t は成人が子供に全く教育時間を投入しない場合（$e_t=0$）でも，一定の人的資本が生まれつき存在していることを表す[2)]。

子供の人的資本生産に時間を投入しない場合，成人がコンスタントに1単位の労働時間を消費財生産に供給すると仮定する。成人が $e_t n_t$ 時間を子供教育に投入すれば，総労働時間 L_t と総人口 N_t の関係を一般的に表現すれば

$$L_t = (1 - e_t n_t) N_t \tag{2}$$

となる。ここで，n_t は成人一人当たりの出生率で，項 $1-e_t n_t$ は消費財生産に使われる時間である。消費財を生産せずすべての時間を子供の教育に使うことは経済の持続不可能を意味するから，$0 \le e_t n_t < 1$ と仮定する。

(1)式と(2)式のような仮定では，成人あるいは家計が生産を行いながら子供の教育も一身に担うという家庭内生産が行われるように見えるが，本論文ではこのような家庭内生産ではなく，学校などの教育機関で子供の教育が行われていることを想定している。本論文では，経済には子供の人的資本を生産する教育部門と財を生産する生産部門という二部門が含まれ，成人がこの二つの部門の生産を共に担うと仮定している。社会全体から見れば成人の一部分が教育部門で子供の人的資本生産に携わり，残りの成人が財の生産に従事することになるが，成人一

2) Lucas (1988) の設定を本稿のパラメータで表すと，

$$h_{t+1} - h_t = be_t h_t$$

となる。つまり，$\delta=1$ と考えればよい。このように仮定する場合，e_t が非負なので，全く人的資本投資をしなくても，子供の代において親と同じ人的資本水準が維持されるという非現実的なインプリケーションが得られる。子供の健康など，教育時間や親の教育水準と全く関係ない人的資本が存在することを考慮すると，$0<\delta<1$ のほうがより現実に適した仮定と思われる。

人当たりあるいは家計の平均から見れば，教育部門（あるいは生産部門）に従事する成人の数が全体に占める割合は成人一人当たりが子供に投入する教育時間 e_tn_t（あるいは $1-e_tn_t$）と全く同じになる。さらに，成人（親）は子供の教育を教育部門に任せ，その費用を負担すると仮定する。従って，成人一人当たりにおいては(1)式と(2)式の設定は二部門生産とみなすことができる。また，子供の人的資本生産に関しては教育部門で行われるので，家計内教育で起こりうる教育に関する規模の生産性が本論文では起こりえないと仮定する。

社会総人的資本 H_t と社会総物的資本 K_t は，それぞれ労働時間当たりの人的資本と労働単位当たり物的資本と総労働時間の積であるとし，式で表すと，

$$H_t=h_tL_t=h_t(1-e_tn_t)N_t\,;$$
$$K_t=k_tL_t=k_t(1-e_tn_t)N_t \tag{3}$$

になる。ただし，h_t は労働単位当たりの人的資本，k_t は労働単位当たりの物的資本を表す。

完全競争のもとで，通常の方法で利潤最大化を図る企業の利子率 R_t と賃金率 w_t は次のような式で表すことができる。

$$R_t=\frac{\partial Y_t}{\partial K_t}=\alpha AH_t^{1-\alpha}K_t^{\alpha-1}=\alpha AX_t^{\alpha-1}\,;$$
$$w_t=\frac{\partial Y_t}{\partial H_t}=(1-\alpha)AH_t^{-\alpha}K_t^{\alpha}=(1-\alpha)AX_t^{\alpha}. \tag{4}$$

ただし，R_t は減価償却を含む利子率，$X_t\equiv K_t/H_t$ は物的・人的資本比率を表す。w_t は単位人的資本の賃金率で，h_t 単位人的資本を持つ成人の賃金率は w_th_t になる。この物的・人的資本比率の定義式に(3)式を代入すると，

$$X_t=\frac{K_t}{H_t}=\frac{k_t(1-e_tn_t)N_t}{h_t(1-e_tn_t)N_t}=\frac{k_t}{h_t} \tag{5}$$

になる。ここの $k_t(=K_t/L_t)$ と $h_t(=H_t/L_t)$ は成人一人当たりではなく，それぞれ労働単位当たりの物的資本と人的資本であることを注意してほしい。

子供の養育費

子供の人的資本生産は(1)式で設定されているように，成人の人的資本水準に依存しながらも教育時間 e_t にも依存している。親は直接には子供を教育しないが，教育部門で行われる子供教育費用を負担するから，上述したように成人一人当たりあるいは家計の平均から見れば，一人当たりの子供を教育するのに成人が時間分の消費財生産の機会を失うとみなすことができる。従って，子供総養育費は親の賃金の損失，つまり機会費用で表すがことできる。

$$\eta_tn_t=e_tn_tw_th_t.$$

上式の中には変数 e_t が含まれるから，子供を養育することは機会費用として成人の予算制約式の中にマイナス項の形で現れるだけではなく，消費財の生産にも人的資本の生産にも影響を及ぼすことを注意してほしい。

効用関数

成人は自分の消費と子供の総人的資本から効用を得られると同時に，子供が成人になった時得る効用の一部を自分の効用とみなすという王朝型効用関数を仮定する。成人の効用関数は次のような効用関数で表すことができる[3)]。

$$U_t = u(c_t,\ n_t h_{t+1}) + \tau U_{t+1}. \tag{6}$$

ここで，U_t と U_{t+1} はそれぞれ t 期と $t+1$ 期における成人の総効用，c_t は成人の一人当たり消費である。さらに，成人はすべての子供を平等に扱い，すべての子供は同じ効用 U_{t+1} を達すると仮定する。パラメータ τ は成人の利他主義の程度を表し，$0<\tau<1$ である。$\tau>0$ は成人が子供に対する利他主義を，$\tau<1$ は利他主義の限界を表している。計算の便利上，各成人の効用関数は次のような対数型効用関数で表せると仮定する。

$$u_t = \ln c_t + \beta \ln n_t h_{t+1}.$$

ここで，β は非負のパラメータ，子供の総人的資本から得られる効用の度合いを表す。この特定化した成人の効用関数と(1)式を(6)式に代入し，無限期間効用関数が次のようになる[4)]。

$$U_t = \textstyle\sum_{t=0}^{\infty} \tau^t [\ln c_t + \beta \ln n_t(\delta + b e_t) h_t]. \tag{7}$$

ただし，(1)式が(6)式に代入できるのは，教育部門で働く成人の数を総労働力の一部としてカウントし，成人（親）が子供の教育費用を負担しているからである。

出生と死亡

モデルの最初で設定されたように，成人は二期間生存する。成人の死亡率を d とすれば，$d=1$ になる。言い換えれば，t 期で生産を行った成人は $t+1$ 期ではすべて死んでしまい，t 期に生まれた子供が生産を担うことになる。式で表せば次のようになる。

$$\frac{N_{t+1}}{N_t} = 1 + n_t - d = n_t. \tag{8}$$

成人の予算制約

閉鎖経済の下では，各成人は同じ賃金率 $(1-e_t n_t) w_t h_t$ を受け取るものとし，資産から収益

3) 標準的な王朝モデルの効用関数は次のように仮定される（Barro and Becker [1989] を参考されたい）。

$$U_t = u^t + \tau \cdot n_t^{-\varepsilon} n_t U_{t+1}.$$

ただし，$0<\tau<1$，$\varepsilon>0$ である。条件 $\varepsilon>0$ により，子供の数に対する限界効用が減少することを表す。本稿では実質的に $\varepsilon=1$ と $0<\tau<1$ を仮定することになる。この特定化の理由は三つある。第一に，$\varepsilon=1$ と仮定しても $0<\tau<1$ から子供の数に対する限界効用の逓減という性質が同じく反映されている。第二に，成人が子供をすべて平等に扱うと仮定されているので，子供の一人当たり効用が最大化されれば，自動的に子供総効用も最大化されることになる。第三に，成人の効用関数の中にすでに子供の数がすでに入っているから，子供の数を同じ効用関数の中に二回カウントする必要はない。

4) $\lim_{t\to+\infty} \tau^t u(c_t,\ n_t h_{t+1}) = 0$ と仮定する。

率 R_t で収益を得ると仮定する。(8)式の条件と(2)式を使えば，成人の一人当たりの予算制約は次のように表せる。

$$K_{t+1}=R_tK_t+H_tw_t-N_tc_t\,;$$
$$\frac{K_{t+1}}{N_t}=\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}\cdot\frac{N_{t+1}}{N_t}=g_{t+1}n_t=R_tg_t+(1-e_tn_t)h_tw_t-c_t. \tag{9}$$

ただし，$g_t(=K_t/N_t)$ は成人の一人当たり物的資本を表す。成人の一人当たり物的資本 g_t は労働単位当たり物的資本 k_t より小さいことに注意してほしい。(2)式と(5)式を使えば，g_t の定義から次のような式が得られる。

$$g_t=\frac{K_t}{N_t}=X_th_t(1-e_tn_t). \tag{10}$$

Ⅲ 最適条件及び移行動学

成人の最大化問題は利子率 R_t，人的資本単位当たり賃金率 w_t 及び成人自分自身の人的資本水準 h_t を一定とした上で，(7)式における効用 U_t を最大するように，制御変数 c_t，n_t と e_t を選択することになる。この最大化問題の制約条件は(9)式における予算制約式，初期資産 g_0，非負の制約 $c_t\geq 0$，$n_t\geq 0$ と $e_t\geq 0$，$0\leq e_tn_t\leq 1$ および横断条件 $\lim_{t\to+\infty}\lambda_t\tau^tg_{t+1}n_t=0$ である。ただし，項 $\lambda_t\tau^t$ は一人当たり物的資本のシャドゥ・プライスである。

以下のようなラグランジュアンを設定する。

$$H^0=\sum_{t=0}^{\infty}\tau^t[\ln c_t+\beta\ln n_t(\delta+be_t)h_t]+\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\tau^t[R_tg_t+(1-e_tn_t)h_tw_t-c_t-g_{t+1}n_t].$$

通常の方法で1階の条件から次のような三つの式が得られる。

$$\beta c_t=e_tn_th_tw_t+g_{t+1}n_t\,; \tag{11}$$
$$\beta bc_t=(\delta+be_t)n_th_tw_t\,; \tag{12}$$
$$\frac{c_t}{c_{t+1}}=\frac{n_t}{\tau R_{t+1}}. \tag{13}$$

(11)式は効用単位で測った出生率の決定式である。式の右辺は子供をもうける総費用で，左辺は成人の消費単位で測った子供から得られる効用である。(12)式は効用単位で測った教育時間 e_t の決定式である。右辺は子供に人的資本を与える場合の機会費用を表し，左辺は成人の消費単位で測った子供人的資本水準から得る効用を表す。(13)式は消費のオイラー方程式である。通常の離散型王朝モデルと同様に，消費の異時間転移は利他主義の程度 τ と利子率 R_{t+1} に依存するほかに，出生率にも依存する。予算制約の(9)式を(11)式に代入すると，次の式が成立する。

$$(1+\beta)c_t=R_tg_t+h_tw_t. \tag{14}$$

さらに，(14)式の中の g_t に(10)式，R_t と w_t に(4)式をそれぞれ代入すると，消費と出生率はそれぞれ次のような条件を満たす。

$$c_t=\frac{1}{1+\beta}(1-\alpha e_tn_t)h_tAX_t^{\alpha}\,; \tag{15}$$

$$n_t=\frac{h_tAX_t^a-(1+\beta)c_t}{\alpha e_th_tAX_t^a}. \tag{16}$$

(4)式，(12)式と(15)式を使えば，出生率 n_t と教育時間 e_t との関係式を得ることができる[5]。

$$n_t=\frac{\beta b}{\delta(1-\alpha)(1+\beta)+b(1-\alpha+\beta)e_t}. \tag{17}$$

n_t を e_t で微分すると，負の結果が必ず得られる。言い換えると，出生率 n_t と教育時間 e_t の間には常にネガティブな関係があることが分かる。(4)式，(9)式，(13)式と(16)式を用いれば，次の式が得られる[6]。

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}(\delta+be_t)h_tn_tX_{t+1}=[\tau(1+\beta)+1]c_t-(1-e_tn_t)h_tAX_t^a. \tag{18}$$

(18)式の中の c_t に(15)式を代入し，さらに(17)式を利用すれば，X_t に関する差分方程式が得られる[7]。

$$X_{t+1}-X_t=\frac{\alpha(1+\beta)}{\beta b(1-\alpha V_t)}\left[\frac{\tau(1+\beta)+1}{1+\beta}(1-\alpha V_t)-(1-V_t)\right]AX_t^a-X_t. \tag{19}$$

ただし，$V_t\equiv e_tn_t$，子供の総養育時間を表す。(11)式，(13)式，(15)式，(10)式と(4)式を使えば,次のような式が成立する[8]。

---

5) (15)式を変形すると，

$$\frac{c_t}{h_tAX_t^a}=\frac{1-\alpha e_tn_t}{1+\beta} \qquad ①$$

となる。さらに，(4)式の R_t と w_t を(12)式に代入すると，

$$\frac{c_t}{h_tAX_t^a}=\frac{(1-\alpha)(\delta+be_t)n_t}{\beta b} \qquad ②$$

となる。①式と②式を連立すれば，(17)式が得られる。

6) (16)式の変数をすべて一期引き上げると，

$$n_{t+1}=\frac{h_{t+1}AX_{t+1}^a-(1+\beta)c_{t+1}}{\alpha e_{t+1}h_{t+1}AX_{t+1}^a} \qquad ③$$

となる。(9)式の予算制約中の g_t と g_{t+1} に(10)式，R_t と w_t に(4)式を代入し，さらに n_t に(13)式を代入すると，次のような式が成立する。

$$X_{t+1}(1-e_{t+1}n_{t+1})h_{t+1}\alpha\tau AX_{t+1}^{a-1}\frac{c_t}{c_{t+1}}=(1-e_tn_t)h_tAX_t^a-c_t. \qquad ④$$

h_{t+1} に(1)式，n_{t+1} に③を代入し，さらに，(13)式をもう一度使うと，(18)式を得ることができる。

7) (17)式により，次のような式が成立する。

$$\delta(1-\alpha)(1+\beta)n_t+b(1-\alpha)(1+\beta)e_tn_t+\alpha\beta be_tn_t=\beta b;$$

$$(\delta+be_t)n_t=\frac{\beta b(1-\alpha e_tn_t)}{(1-\alpha)(1+\beta)}.$$

これを(18)式に代入すれば，(19)式が得られる。

8) (11)式の c_t に(15)式，g_{t+1} に(10)式，R_t と w_t に(4)式をそれぞれ代入すれば，次式が成立する。

$$X_{t+1}n_t=\frac{\beta-(1-\alpha+\beta)e_tn_t}{(1+\beta)(\delta+be_t)(1-e_{t+1}n_{t+1})}AX_t^a.$$

↗

$$\frac{\beta-(1-\alpha+\beta)V_t}{(1+\beta)(1-V_{t+1})}=\frac{\alpha\tau(1-\alpha V_t)}{(1-\alpha V_{t+1})}. \tag{20}$$

これを整理すると，V_t に関する差分方程式が求められる。

$$V_{t+1}-V_t=\frac{\beta-\alpha\tau(1+\beta)-[(1+\beta)(1-\alpha^2\tau)-\alpha]V_t}{\alpha\beta-\alpha\tau(1+\beta)-\alpha[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]V_t}-V_t. \tag{21}$$

X_t と V_t の位相図を描くために，(19)式と(21)式において，それぞれ $X_{t+1}-X_t=0$，$V_{t+1}-V_t=0$ とおくと，次のような二つの方程式が成立する。

$$Z_t=\frac{\beta b(1-\alpha V_t)}{\alpha[(\tau-1)(1+\beta)+1]+\alpha[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]V_t}=Z(V_t)\,; \tag{22}$$

$$[\beta-\alpha\tau(1+\beta)]-[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha^2\tau(1+\beta)-\alpha+\alpha\beta]V_t$$
$$+\alpha[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]V_t^2=0\,;$$
$$V(V_t)=\{[\beta-\alpha\tau(1+\beta)]-[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]V_t\}\cdot[1-\alpha V_t]=0. \tag{23}$$

ただし，$Z_t\equiv AX_t^{a-1}$ である。(23)式の方程式の中に Z_t という変数はないから，$V(V_t)$ は次のような二本の直線であることが分かる。

$$V_1^*=\frac{\beta-\alpha\tau(1+\beta)}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}\,;\quad V_2^*=\frac{1}{\alpha}.$$

$V_2^*=\dfrac{1}{\alpha}>1$ より，$0\leq e_tn_t<1$ という条件は満たされないため V_2^* は排除される。また，$V_1^*<1$ であることが分かる[9]。さらに，$(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha>0$ であるから，$\beta-\alpha\tau(1+\beta)<0$ であれば，$V_1^*<0$ になってしまう。しかし，定常状態においては，

$$\beta-\alpha\tau(1+\beta)>0 \tag{24}$$

という不等号条件が成立する[10] から，(24)式の不等号式がすべての状況において成立すると

↘同じように，(13)式の c_t と c_{t+1} に(15)式，R_{t+1} に(4)式を代入すると次のような方程式が得られる。

$$X_{t+1}n_t=\frac{\alpha\tau(1-\alpha e_tn_t)}{(\delta+be_t)(1-\alpha e_{t+1}n_{t+1})}AX_t^a.$$

この二本の式を連立すると，(20)式が得られる。

9) $1-\dfrac{\beta-\alpha\tau(1+\beta)}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}=\dfrac{1-\alpha}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}>0$ から $V_1^*<1$ になることが分かる。

10) 定常状態における(13)式は次のようになる。

$$\alpha\tau AX^a=nX$$

両辺に AX^a という項を加えると，次のような展開ができる。

$$1-\alpha\tau=\frac{(1-en)hAX^a-(1-en)hXn}{(1-en)hAX^a}=\frac{(1-en)hAX^a-gn}{(1-en)hAX^a}=\frac{c}{(1-en)hAX^a}. \quad ⑤$$

第2等号は(10)式を，第3等号は(9)式を代入した結果である。定常状態における(15)式を移項すると次の式が成立する。

$$\frac{1}{1+\beta}=\frac{c}{(1-\alpha en)hAX^a}. \quad ⑥$$

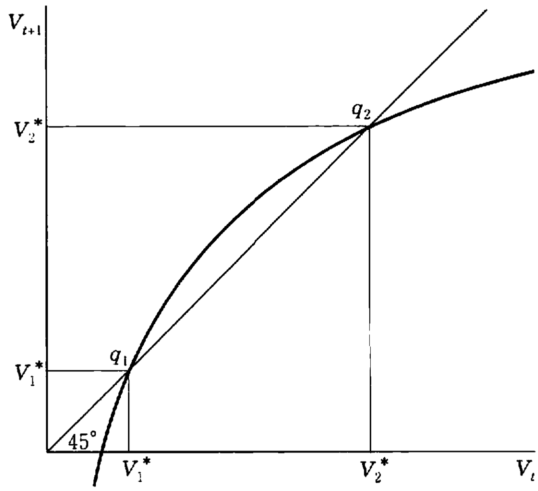
⑤式と⑥式を比較すると，定常状態において明らかに次のような不等号式が成立する。

$$1-\alpha\tau>\frac{1}{1+\beta}\Rightarrow\beta-\alpha\tau(1+\beta)>0.$$

仮定し議論を進める。また，V_1^* は不安定的である[11]。$Z(V_t)$ は V_t に関しては右下がりの減少関数であり，安定的である。ただし，$Z(V_t)$ の分子の第一項 $(\tau-1)(1+\beta)+1$ が正か負か，あるいはゼロであるかは分からない。項$(\tau-1)(1+\beta)+1>0$ であれば，$Z(V_t)$ の漸近線が縦軸の左辺に位置するが，逆に項 $(\tau-1)(1+\beta)+1<0$ であれば $Z(V_t)$ の漸近線が縦軸の右辺に位置することになる。しかし，$(\tau-1)(1+\beta)+1=0$ という特殊なケースを除いて，項 $(\tau-1)(1+\beta)+1$ が正であるか負であるかに関わらず $Z(V_t)$ の漸近線が必ず V_1^* 線の左辺に位置することが分かる[12]。この条件を使えば項 $(\tau-1)(1+\beta)+1$ と関係なく位相図における本質は全く変わらない。従って，ここではこの条件を無視し議論を進める。ただし，図4は $(\tau-1)(1+\beta)+1>0$ という条件の下で描かれるものである。

図4が示すように，(V_t, Z_t) 平面において，$V(V_t)$ は注11で説明したように直線で不安定的である。一方，$Z(V_t)$ は右下がりの双曲線の減少関数であり，しかも安定的である。全体としては (V_t, Z_t) 平面においてはサドル安定性が成立する。安定的なサドル経路はちょうど $V(V_t)$ 直線と一致することに注意してほしい。もし初期の出発点が Z^* より小さければ，$V_t(=V_1^*)$ は一定のまま，Z_t が持続状態値 Z^* に向かって単調に増加する。逆に初期の出発点が Z^* より大きい場合，$V_t(=V_1^*)$ は一定のまま，Z_t が持続状態値 Z^* に向かって単調に減少する。経済の初期出発点 Z_0 が $Z_0<Z^*$ である場合を考えよう。V_t が一定のまま，Z_t は持続状態の値 Z^* に

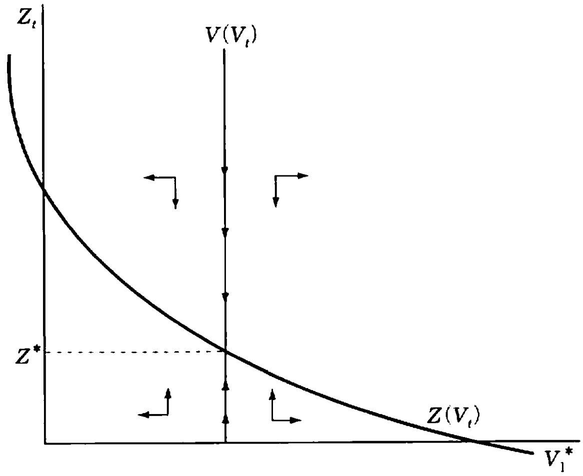
11)　縦軸を V_{t+1}，横軸を V_t とし，(21)式をグラフで描くと，次のような図が描ける。45°線との交差点をそれぞれ q_1 と q_2 とする。点 q_1 以外の任意の点から出発すれば点 q_2 に収束する。しかし，q_2 に対応する $V_2^*\left(=\dfrac{1}{\alpha}>1\right)$ なので，排除されなければならず，選択できる均衡点は点 q_1 のみである。さらに，点 q_1 が不安定なので，V_t の選択しうる初期値は点 q_1 自身でなければいけない。また，このグラフは増加関数であることに注意してほしい。



12)　$$\frac{\beta-\alpha\tau(1+\beta)}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}-\left(-\frac{(\tau-1)(1+\beta)+1}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}\right)=\frac{\tau(1-\alpha)(1+\beta)}{(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha}>0$$

であるから，$Z(V_t)$ の漸近線（上の式の第二項）は必ず V_1^* 線の左辺に位置することが分かる。

図4



向かって単調に増加する。Z_t が増加することは物的・人的資本比率 X_t が減少することになり（Z_t の定義式を参考されたい），つまり，物的資本よりも人的資本の方がより速いスピードで増加することを意味する。また，(17)式により，出生率と教育時間との負の関係が成立し，さらには人的資本生産が教育時間 e_t のみに依存するから[13]，$V_t(=e_tn_t)$ は一定のままであるが，相対的なシェアにおいて教育時間 e_t の方が増加していくことが容易に考えられる。従って，経済の初期出発点 Z_0 が $Z_0<Z^*$ である場合，物的資本よりも人的資本がより速く増加し，物的・人的資本比率 X_t が単調的に減少すると共に経済成長を成し遂げる。一方，家計（成人）は出生率を抑えた上で，子供教育により多くの時間を費やすことを選択するのが最適になる。もし経済の初期出発点 Z_0 が $Z_0>Z^*$ であれば，すべての変数が逆に選択される。

Ⅳ 比較静学とインプリケーション

比較静学

V_1^* の値をそれぞれ(22)式と(17)式に代入すると，定常状態における Z_t，n^* と e^* の値が求められる。

$$Z^*=\frac{\beta b(1-\alpha\tau)}{\alpha\tau[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]};$$

$$n^*=\frac{\alpha\tau b}{\delta[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]};$$

$$e^*=\frac{\delta[\beta-\alpha\tau(1+\beta)]}{\alpha\tau b}. \tag{25}$$

13) (1)式の人的資本生産関数は教育時間と同時に成人の人的資本水準にも依存するが，成人の人的資本もその親の教育時間に依存するから，結局人的資本生産は教育時間のみに依存すると考えられる。

表2

	τ	β	δ	b
Z^*	一意ではない	一意ではない	—	↑
X^*	一意ではない	一意ではない	—	↓
n^*	↑	↓	↓	↑
e^*	↓	↑	↑	↓

n^* と Z^* に関しては分子と分母とも正であるから $n^*>0$ と $Z^*>0$ であることがわかる。e^* に関しては(24)式の不等号条件が成立すれば正であるのが明らかである。ここで，定常状態における各パラメータと変数の比較静学を行う。表2は定常状態におけるパラメータと各内生変数の関係を示している。

他のパラメータを所与として，定常状態における(25)式から分かるように，成人の利他主義程度を表すパラメータ τ が上昇した場合，Z^* と X_t は増加する場合もあれば減少する場合もある[14]。なぜなら，資本シェアを表すパラメータ α の大きさに依存するからである（注16を参考されたい)。n^* とはポジティブ，e^* とはネガティブな関係にある。定常状態においては，成人が総生産の $1-\alpha\tau$ 部分を消費に，$\alpha\tau$ 部分を子供への物的資本に分配する[15]。従って，パラメータが大きくなることは，子供に残す物的資本 $(g_{t+1}n_t)$ の相対的シェアが拡大することになるから，次第に子供の数も多く選択される。この関係を用いて，(17)式により出生率 n_t と教育時間 e_t の間にはネガティブな関係にあるから，パラメータ τ と e^* とはネガティブな関係にあることが容易に理解できる。パラメータ τ の上昇は物的資本の割合を増加させ，教育の時間を減らす効果をもたらすから，定常状態における物的・人的資本比率 X^* とネガティブな関係にあるのは当然の結果である。

他のパラメータを所与として，子供の人的資本から得られる効用の程度を表すパラメータ β が上昇した場合，Z^* と X^* は増加することも減少することもあり得，それはパラメータ α と τ に依存する[16]。もし成人の消費が物的資本収益より大きければ，あるいはパラメータ $0<\alpha<0.5$

---

14)
$$\frac{\partial Z^*}{\partial \tau}=-\frac{\beta b}{\alpha[(1+\beta)(1-\alpha\tau)\tau-\alpha\tau]^2}[(1+\beta)(1-\alpha\tau)(1-\alpha\tau)-\alpha]\gtreqless 0.$$

(24)式の不等号条件から $(1+\beta)(1-\alpha\tau)>1$ であるが，しかし，$1-\alpha\tau-\alpha$ が正か負かは確定できない（注16を参考されたい）から，上の式の正負も確定できない。

15) 注10の⑤式を見れば分かるように，項 $1-\alpha\tau$ は定常状態における物的財生産に対する消費の割合を表し，項 $\alpha\tau$ は成人が子供に残す物的資本の割合を表す。

16)
$$\frac{\partial Z^*}{\partial \beta}=\frac{b(1-\alpha\tau)(1-\alpha\tau-\alpha)}{\alpha\tau[(1+\beta)(1-\alpha\tau)-\alpha]^2}\gtreqless 0 \Rightarrow 1-\alpha\tau-\alpha\gtreqless 0$$

になる。注10の項 $1-\alpha\tau$ に $-\alpha AX^a$ 項を加えると，次のような展開ができる。

$$1-\alpha\tau-\alpha=\frac{(1-\alpha)(1-en)hAX^a-(1-en)hXn}{(1-en)hAX^a}$$

↗

であれば，β は Z^* とポジティブな，X^* とネガティブな関係になる。また，β の上昇は子供の総人的資本からの限界効用が上昇し消費からの限界効用が減少すること意味し（成人の一人当たり効用関数を参考されたい），成人の一人当たり消費が少なく選択され，子供の総人的資本が多く選択されることになる。

他のパラメータを一定としたとき，子供の生まれつきの人的資本の程度を表すパラメータ δ は，X^* と Z^* とは無関係である。また，(25)式から分かるように，δ は n^* とはネガティブな関係，e^* とはポジティブな関係にある。1階の条件の(12)式が示すように，δ は出生率 n^* の価格の役割を果たしており，δ が上昇することによって，他の変数が一定であれば n^* を小さく選択せざるを得なくなる。さらに，e^* と n^* にはネガティブな関係が存在するから，δ が上昇した場合は e^* がより多く選択される。

他のパラメータを所与とし，教育の生産性を表すパラメータ b が上昇した場合，子供の教育効率性が上昇し，同じ教育水準に達成するのに少ない教育時間で済むことを意味する。従って，e^* は b の増加とともに減少することになる。節約された時間を子供の数に振向けることができるから，n^* は b の増加とともに増加するになる。さらに，b が上昇することにより同じ教育時間がより多くの人的資本を生産することができるようになり，物的・人的資本の比率 X^* が減少することにつながる。

人的資本生産に関して新古典派的生産関数の場合

経済の初期出発点 Z_0 が $Z_0<Z^*$ である場合，移行経路においては物的・人的資本比率が減少し，養育時間が増加し出生率が減少すると共に，持続状態値に向かって収束することになる。しかし，このような結果は人的資本の生産関数の性質，つまり，(1)式の人的資本生産に関する教育時間の収穫一定という性質から導出されている可能性がある。ここで，教育に関して収穫逓減を考慮し，(1)式の人的資本生産関数を以下のような新古典派的な生産関数に修正する。

$$h_{t+1}=h(e_t,\ h_t). \tag{26}$$

ただし，$h_e>0$，$h_{ee}<0$，$h_h>0$，$h_{hh}<0$，$h_{t+1}(0,\ 0)>0$ と仮定する。上述した計算方法と同様の演算をおこなえば，1階の条件から(17)式に対応する方程式は

$$n_t=\frac{\beta}{(1-\alpha)(1+\beta)^{h_{t+1}}\Big/_{h_e}+\alpha\beta e_t} \tag{27}$$

となる。成人が効用最大化を図るとき，自分自身の人的資本 h_t が一定という条件の下で子供の数 n_t と教育時間 e_t を選択している（1階の条件を参考されたい）から，h_t が一定という条

$$=\frac{(1-en)hw-gn}{(1-en)hAX^{\alpha}}=\frac{c-Rg}{(1-en)hAX^{\alpha}}.$$

第3等号と第4等号はそれぞれ(10)式と(9)式を代入した結果である。項 $1-\alpha\tau-\alpha$ が正か負かは成人の一人当たり消費と物的資本による収益の大小関係で決定されることになる。

件の下で(27)式における n_t と e_t の関係を考えてみよう。h_t が一定という条件付きの下では(17)式の場合と同じく $\partial n_t \Big/ \partial e_t \Big|_{h_t} < 0$ という結果が得られる[17]。物的資本だけでなく人的資本の生産において教育時間と親の人的資本水準に関する収穫逓減が存在する場合も出生率と教育時間との負の関係が条件付きで成立する。言い換えれば，成人の人的資本水準が異なれば，子供の教育時間と数の選択も異なるが，子供の教育時間と数との負の関係は常に成立するのである[18]。

経済成長の源泉

ここで，経済の初期出発点が $Z_0 < Z^*$，つまり，経済初期の物的・人的資本の比率が定常状態のそれより高い場合を想定し，消費財の生産あるいは物的資本の成長，つまり狭義的な経済成長のプロセスを吟味してみよう。

物的・人的資本比率 X_t が減少していく場合[19]，もちろん物的資本 k_t の成長率にも依存するが，k_t の成長率がマイナスになるような経済は戦争などない限り，現実的には殆ど存在しない。従って，人的資本 h_t が物的資本 k_t より速いスピードで増加することによって X_t が減少すると考えられる。経済において，成人（親）は $1 - V_t$ という割合の労働時間を消費財生産に投入し，V_t という割合の労働時間を子供の養育に費やすこととなる。さらに，V_t は常に一定である。V_t が常に一定でありながらも X_t が減少することが可能になるように，成人は次のような最適行動をとる。つまり，時間 V_t の配分について，成人の最適行動は子供の数 n_t に投入する部分を減らし教育に投入する時間 e_t を増加させる。成人がこのような最適行動を取れば，X_t の減少と共に経済成長も保証される。このような成人の選択の背景には人的資本の収穫率が相対的に物的資本より高いという事情があるのはいうまでもない。

もう一度子供の数 n_t が減少する理由を考えてみよう。その理由は二つほど考えられる。一つは，人的資本の相対的に収穫率が高いことによって子供の数よりも子供の質（人的資本）に投資した方が最適となるためである。もう一つは，子供の養育コストの上昇である。つまり，

---

17)
$$\frac{\partial n_t}{\partial e_t}\bigg|_{h_t} = -\frac{\beta(1-\alpha)(1+\beta)\dfrac{h_e h_e - h_{t+1} h_{ee}}{(h_e)^2} + \alpha\beta^2}{\left[(1-\alpha)(1+\beta)^{h_{t+1}} \Big/ h_e + \alpha\beta e_t\right]^2} < 0,$$

$h_e h_e > 0$，$-h_{t+1} h_{ee} > 0$ なので，$\dfrac{\partial n_t}{\partial e_t} < 0$ が成立する。

18) (26)式のような人的資本生産関数を仮定する場合，(21)式に対応する V_t の差分方程式は得られるが，(19)式に対応する X_t の差分方程式を得るのは不可能である。

19) もし $\delta + be_t < 1$ であれば，一期での大幅な e_t の増加がない限り，$h_{t+1} < h_t$ の場合もあり得る。$X_{t+1} < X_t$ が満たされるためには，h_t より k_t がより速い率での減少がしなければいけない，つまり経済が減速することを意味する。しかし，$h_{t+1} < h_t$ の段階があるとしても，e_t が増加するにつれ必ず何れかの時点で $h_{t+1} > h_t$ が成立するようになる。従って，本稿では数学的に存在するような $h_{t+1} < h_t$ となる場合を考慮せず，初期から $h_{t+1} > h_t$ となるようなパラメータが存在するケースのみを議論する。

成人の賃金率が上昇することは子供養育による機会費用の上昇につながるのである。((9)式の予算制約式を参考されたい)。

成人は子供の数と質をセットとして捕らえ，子供の質を求めるために数を犠牲することが上述から分かる。さらに，成人は人的資本を生産するのに，自分の消費と消費財の生産に投入する時間を犠牲してはいない。Lucas (1988) では物的・人的資本の比率 X_t を減少させるために，より多くの労働時間を人的資本生産部門に投入するという結論を示しているが，本稿の結論はそれとはかなり異なっている。序文で記述した先進国のデータを見れば，本稿の結論が Lucas (1988) のそれより現実に合致していることは明らかである。その違いは出生率が内生的に決定されているかどうかであると考えられる。出生率が一定であれば，(17)式のような，出世率と教育時間とのトレードオフ関係の成立は不可能になるから，物的・人的資本の比率 X_t を減少させるために，生産部門に投入する時間を減らさざるを得なくなるという結論に結びつくことになる。

定常状態における経済成長

定常状態においても，もちろん子供の総養育時間 V_t は一定であるが，物的・人的資本比率 X_t も一定になる。ここで，子供の人的資本 h_{t+1} は常に成長していることに注意してほしい（$\delta+be_t>1$ の場合を考える。注19を参考されたい)。従って，X_t を一定に保つために，子供の物的資本 k_{t+1} も同率で成長しなければいけない。言い換えれば，外生的な技術進歩がなくても，定常状態において経済成長が内生的に実現される。さらに，本稿のような1次同次生産関数では，定常状態において消費財の生産あるいは成人の消費も子供の人的資本と同じ比率で成長することになる。しかし，定常状態における成人が子供教育に投入する時間 e_t が常に一定であるにもかかわらず，人的資本の増加率が逓減ではなく常に一定であることを注意してほしい。このような非現実的な結果をもたらすのは(1)式のような収穫一定の人的資本生産関数の仮定である。Lucas (1988) ではより厳しい仮定 ($\delta=1$) が設定され，多くの先行研究も同様に仮定しているとはいえ，それでも人的資本生産関数の収穫一定性仮定は本モデルにおける最大の欠点と言わざるを得ない。Rebelo (1991) のように人的資本生産関数をコブ・ダグラス型に設定するのが理想的である[20] が，Rebelo (1991) もまた移行動学分析については，実質的に(1)式と全く同じような人的資本生産関数を展開している。

V　結　　論

我々は王朝モデルの中に，二部門成長の設定を取り入れ，人的資本の蓄積と物的資本の蓄積を内生化した上，成人（親）の消費，世代間移転それに出生率の選択をも内生的に決定するよ

20) Rebelo (1991) は人的資本の生産が親の人的資本水準と教育に投入する労働時間に依存するのみならず，物的資本とその投入割合にも依存すると仮定している。

うな成長モデルを構築してきた。このような設定は単に二つの成長モデルを接合するのみならず，人的資本の蓄積，物的資本，家計の出生行動という三つの経済行動がいかに経済成長に影響するか，さらには，経済成長の源泉は何処にあるかをより一層深く探ることを可能にした。結論としては以下の三つがあげられる。

① 経済（初期出発点が $Z_0 < Z^*$ である場合）は物的・人的資本の比率が減少すると共に経済成長が成し遂げられる。言い換えると，経済成長につれ，物的資本よりも人的資本のほうが経済成長により多く貢献するようになる。この結論は Lucas (1988) などの先行研究と同じである。

② 人的資本の生産関数が教育時間と親の人的資本水準に関して収穫一定である線形関係にある場合，教育時間と出生率の間には負の関係が存在する。さらに，人的資本の生産関数が教育時間と親の人的資本水準に関して収穫逓減するような新古典派的生産関数の場合，条件付きで教育時間と出生率間の負の関係が成立する。つまり，成人の人的資本水準が異なれば，子供の教育時間と数の選択も異なるが，子供の教育時間と数との負の関係は成人の人的資本水準と関係なく存在する。

③ 経済成長につれ，人的資本が経済成長により多く貢献することになる。しかし，成人（親）は物的資本の蓄積あるいは消費を犠牲して人的資本に投資するのではなく，子供の数を減らし，その余力を人的資本の生産に費やすのが最適である。結果としては，経済成長と共に，物的資本が減らされないまま，人的資本の相対的なシェアが拡大し，子供の数（人口）が減っていく。

②の結論は本稿が初めて理論的に証明したものであり，③の結論は先行研究と異なった結論である。③の結論は序文に記述した先進国のデータから得られるインプリケーションと整合性を保っている。本稿が現実のデータと合致した結論を導く理由は出生率を内生的に設定しているところにあることにほかならない。Uzawa (1965) と Lucas (1988) は二部門成長モデルを作り上げ，人的資本が経済成長に対する重要性をモデル化にしている。我々は本稿で出生率を内生化することによって，二部門モデルを一層精緻化し，高学歴・少子化社会の原因を突き止め，経済成長の根源的なものを明らかにしたとは言えるであろう。

参考文献

Aghion, P. and P., Howitt, "A Model of Growth through Creative Destruction", *Econometrica*, Vol. 60, No. 2, (March, 1992), pp. 323-351.

Barro, R. J., and G. S. Becker, "Fertility Choice in a Model of Economic Growth", *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, (March, 1989), pp. 481-501.

Barro, R. J., and X. Sala-i-Martin, "*Economic Growth*", New York, McGraw-Hill, 1995.（大住圭介訳『内生的経済成長論 I，II』，九州大学出版会，1997年，1998年。）

Becker, G. S., "*The Demand for Children*", Harvard University Press, 1991.

Becker, G. S., and R. J. Barro, "A Reformulation of the Economic Theory of Fertility", *Quarterly Journal Economics*, Vol. 103, No. 1, (February, 1988), pp. 1-25.

Becker, G. S., K. M. Murphy, and R. Tamura, "Human Capital, Fertility, and Economic Growth," *Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5, (October, 1990), part II, pp. S 12-S 37.

Caballe, J., and M. S. Santos, "On Endogenous Growth with Physical and Human Capital", *Journal of Political Economy*, Vol. 101, No. 6, (December, 1993), pp. 1042-1067.

Ehrlich, I., and F., Lui, "Intergenerational Trade, Longevity, and Economic Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 5, (October, 1991), pp. 1029-1059.

Ehrlich, I., and F. T. Lui, "The Problem of Population and Growth : A Review of the Literature from Malthus to Contemporary Models of Endogenous Population and Endogenous Growth", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21, No. 1, (January, 1997), pp. 205-242.

Galor, O., and D. N. Weil, "The Gender Gap, Fertility, and Growth", *American Economic Review*, Vol. 86, No. 3, (June, 1996), pp. 374-387.

Lucas, R. E., Jr., "On the Mechanics of Development Planning", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, No. 2, (July, 1988), pp. 3-42.

Lucas, R. E., Jr., "Making a Miracle", *Econometrica*, Vol. 61, No. 2, (March, 1993), pp. 251-272.

Nelson, R. R., and E. S., Phelps, "Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth", *American Economic Review*, Vol. 56, No. 2, (March, 1966), pp. 69-75.

Rebelo, S., "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 3, (June, 1991), pp. 500-521.

Romer, P., "Increasing Returns and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, Vol. 94, No. 5, (October, 1986), pp. 1002-1037.

Romer, P., "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5 (October, 1990), pp. S 71-S 102.

Schultz, T. W., *"The Economic Value of Education"*, New York, Columbia University Press, 1963.

Spence, M., "Product Selection, Fixed Costs, and Monopolistic Competition", *Review of Economic Studies*, Vol. 43, No. 2, (June, 1976), pp. 217-235.

Uzawa, H., "Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies*, Vol. 31, (January, 1964), pp. 1-24.